Scilab - TP 5

Système proie-prédateur

Le modèle que nous étudions a été proposé par Volterra (et indépendemment par Lotka) en 1926 dans un ouvrage intitulé « Théorie mathématique de la lutte pour la vie » qui est probablement le premier traité d'écologie mathématique. Volterra avait été consulté par le responsable de la pêche italienne à Trieste qui avait remarqué que, juste après la première guerre mondiale (période durant laquelle la pêche avait été nettement réduite) la proportion de requins et autres prédateurs impropres à la consommation que l'on pêchait parmi les poissons consommables était nettement supérieure à ce qu'elle était avant la guerre et à ce qu'elle redevint ensuite.

Des évolutions cycliques des populations de lynx et de lièvres ont également été observées en comptant le nombre de fourrure de chaque animal récoltées entre 1840 et 1935 dans la baie d'Hudson.

Des cycles se produisent de manière *naturelle* lorsqu'une proie et un prédateur vivent dans un même milieu. C'est ce qu'on appelle le système proies-prédateurs. Le modèle mathématique est le suivant. On note u_n le nombre de proies (lièvres) présents l'année n, et v_n le nombre de prédateurs (lynx) présents l'année n.

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- En l'absence de lynx les lièvres se développent de manière géométrique.
- En l'absence de lièvre, la population de lynx diminue de manière géométrique par manque de nourriture.
- Le nombre de lièvres mangés est proportionnel au produit du nombre de lynx et de lièvres
- Le nombre de lynx augmente proportionnellement au nombre de lièvres mangés

Les suites (u_n) et (v_n) vérifient alors les équations : $\begin{cases} u_{n+1} = (1+a)u_n - bu_nv_n \\ v_{n+1} = cu_nv_n + (1-d)v_n \end{cases}$

Dans le cas des lynx et des lièvres, les paramètres du modèle ont été estimés : $a = 0.08$, $b = 0.0002$, $c = 0.0003$, $d = 0.03$.

1. Ecrire un programme dont les étapes sont décrites ci-dessous :
   (a) Demander à l'utilisateur de choisir le nombre initial de lièvres,le nombre initial de lynx, le nombre d'itérations n et les paramètres du modèle a, b, c et d.
   (b) Calculer les termes des deux suites et stocker toutes les valeurs dans deux matrices lignes de même taille (une pour la suite des lièvres, l'autre pour celle des lynx).
   (c) Tracer, sur une même courbe, l'évolution des deux populations au cours du temps.
   Indication : `plot(x,y,z)` trace deux courbes, l'une représentant `y` en fonction de `x` et l'autre `z` en fonction de `x`.
2. Tester le programme. On essayera avec 600 lapins et 200 lynx au départ. Interpréter le comportement observé?
3. Il est peu réaliste d'avoir un nombre non entier de lapins ou de lièvre. Modifier les calculs de $u(i+1)$ et $v(i+1)$ en utilisant la fonction `floor` qui permet d'arrondir. Essayez de commencer avec 1000 lapins et 20 lynx. Afficher les évolutions et interpréter le comportement.