Scilab - TP 12

Simulation d'expériences aléatoires (bis)

i

Exercice 1

On lance une infinité de fois une pièce telle que la probabilité de faire pile soit égale à $\frac{1}{3}$.

1. Proposer une suite d'instruction qui permet de simuler un lancer de cette pièce (on représentera pile par 1 et face par 0)
2. Construire une procédure qui, étant donné un entier naturel non nul n, affiche le nombre de piles obtenus au cours des n premiers lancers.
3. Modifier le programme précédent pour obtenir la fréquence d'apparition du pile aus cours de n lancers.
   Tester pour $n = 10$, $n = 100$, $n = 1000$, $n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.
4. Construire une procédure qui affiche le numéro du lancer où on obtient le premier pile.

Exercice 2

On lance 10 fois un dé équilibré à 6 faces. On cherche combien de fois le 6 apparait.

1. Proposer une instruction qui permet de simuler un lancer de dé.
2. Construire une procédure qui détermine le nombre de fois que 6 apparait au cours des 10 lancers.
3. Cette expérience est répétée 100 fois. Construire une procédure qui calcule les fréquences avec lesquelles le 6 apparait 0 fois, 1 fois, ..., 10 fois.
4. En utilisant la commande `bar`, tracer un diagramme représentant les fréquances d'apparitions de la face 6 au cours de ces 1000 expériences.

Exercice 3

On considère la marche aléatoire d'un individu sur l'ensemble $\mathbb{Z}$: à l'instant 0, l'individu est à l'abscisse 0 ; à tout instant n, il se déplace d'une unité à gauche ou à droite avec la même probabilité.

1. Construire une procédure qui, étant donné un entier $n \in \mathbb{N}$, donné l'abscisse où se situe l'individu à l'instant n.
2. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on note A_n l'évènement :
   « l'individu est revenu à la case départ à l'instant n ».
   (a) Que dire sur l'évènement A_n si n est impair ?
   (b) Calculer la probabilité p_n que l'évènement A_n soit vrai.
   (c) Construire une procédure qui, étant donné un entier naturel n, affiche un message expliquant si l'évènement A_n est réalisé ou non.

Exercice 4

Un dé cubique, dont les faces numérotées de 1 à 6, est tel que, lorsqu'on le lance, le 6 sort trois fois plus que le 1 alors que les numéros 1, 2, 3, 4 et 5 ont autant de chance d'apparaître.

1. Quelle est la probabilité de sortie de chaque numéro ?
2. Construire une procédure qui simule le lancer de ce dé.
3. On lance n fois ce dé. Construire une procédure qui calcule la fréquence d'apparition de chacun de ces numéros et trace un diagramme représentant ces fréquences. Tester pour $n = 1000, n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.
4. Quelle est la probabilité de sortie d'un numéro pair ?
5. Construire une procédure qui calcule la fréquence d'apparition d'un nombre pair lors de n lancers de ce dé. Tester pour $n = 1000, n = 10000$ et commenter les résultats obtenus.

Exercice 5

1. Montrer que la probabilité p_n, qu'au moins deux étudiants d'une même classe de n étudiants (n étant un entier supérieur ou égal à 2) aient leur anniversaire le même jour est donnée par la formule suivante (on exclu les années bissextiles) :
   $$p_n = 1 - \prod_{k=0}^{n-1}\left(1 - \frac{k}{365}\right)$$
2. Écrire une procédure permettant de calculer et d'afficher p_n, l'entier naturel n étant saisi par l'utilisateur.
3. Calculer la probabilité p_n pour notre classe d'ECE1.
4. En calculant p_n pour différentes valeurs de n, conjecturer sur la limite de la suite $(p_n)_{n\geqslant 2}$ et interpréter.
5. Modifier la procédure précédente afin de déterminer l'entier n (nombre d'étudiant de la classe) à partir duquel p_n dépasse $\frac{1}{2}$.